

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОГО КЛАССА ДВУХПОЗИЦИОННЫХ СТАБИЛИЗАТОРОВ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ

О. С. ВАДУТОВ, Ю. Н. МАЛЬЧИК

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры автоматики и телемеханики)

Известен класс ключевых стабилизаторов постоянного напряжения, в которых переход силового транзистора, работающего в ключевом режиме, из закрытого состояния в открытое и из открытого в закрытое происходит в моменты времени, когда ток дросселя достигает соответственно нуля и значения  $I_{K, \max}$ , равного току насыщения транзистора [1, 2]. Упрощенная схема такого стабилизатора показана на рис. 1. Ток насыщения определяется базовым током, при изменении которого в функции выходного напряжения и осуществляется стабилизация выходного напряжения. Тогда

$$I_{K, \max} = f(U_{\text{оп}}, U_{\text{н}}). \quad (1)$$

Стабилизаторы этого типа работают в режиме устойчивых автоколебаний с амплитудой и частотой, зависящими от параметров фильтра, нагрузки и напряжения питания  $U_{\text{п}}$ . Определение амплитуды и частоты этих автоколебаний представляет важную с практической точки зрения, но достаточно сложную, как отмечалось в [3], задачу. В настоящей работе эта задача решается методами фазовой плоскости и точечных преобразований, нашедших широкое применение при исследовании различных нелинейных систем.

Уравнения стабилизатора и фазовая плоскость. Для упрощения примем следующие допущения: сопротивление открытого транзистора, диода в прямом направлении, внутреннее сопротивление источника питания, активное сопротивление дросселя и конденсатора фильтра равны нулю, а закрытого транзистора и диода в обратном направлении — бесконечности; процессы переключения происходят мгновенно.

С учетом принятых допущений процессы в стабилизаторе можно описать уравнениями

$$\begin{aligned} R_{\text{н}} C \frac{dU_{\text{н}}}{dt} + U_{\text{н}} &= R_{\text{н}} i_1, \\ L_1 \frac{di_1}{dt} &= U_{\text{п}} - U_{\text{н}} \end{aligned} \quad (2)$$

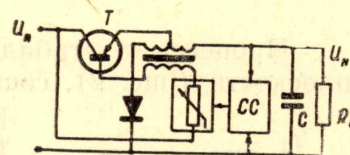


Рис. 1. Упрощенная  
схема стабилизатора  
постоянного напряжения



на интервалах времени, когда транзистор открыт, и уравнениями

$$R_n C \frac{dU_n}{dt} + U_n = R_n i_2, \quad (3)$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = -U_n$$

на интервалах времени, когда транзистор закрыт, причем в момент смены состояния транзистора токи  $i_1$  и  $i_2$ , представляющие собой соответственно токи в обмотках  $W_1$  и  $W_2$  дросселя фильтра, связаны соотношением

$$ni_1 = i_2, \quad (4)$$

где  $n = \frac{W_1}{W_2}$ .

Для удобства запишем уравнения стабилизатора соответственно для открытого и закрытого состояний транзистора в безразмерных единицах

$$\frac{1}{2\xi_1} \frac{dx}{d\tau} + x = y_1, \quad (5)$$

$$2\xi_1 \frac{dy_1}{d\tau} = 1 - x$$

$$\frac{1}{2\xi_2} \frac{dx}{d\theta} + x = y_2, \quad (6)$$

$$2\xi_2 \frac{dy_2}{d\theta} = -x,$$

где  $x = \frac{U_n}{U_n}$ ;  $y_k = \frac{R_n i_k}{U_n}$ ;  $\xi_k = \frac{\sqrt{L_k}}{2R_n \sqrt{C}}$  ( $k = 1, 2$ );

$$\tau = \frac{t}{\sqrt{L_1 C}}; \quad \theta = \frac{t}{\sqrt{L_2 C}}.$$

Процессы в стабилизаторе могут быть исследованы на фазовой плоскости (рис. 2), состоящей из двух (по числу состояний транзистора) листов I и II соответственно с координатами  $x, y_1$  и  $x, y_2$ . На листе I отображаются процессы в стабилизаторе при открытом транзисторе, а на листе II — при закрытом транзисторе.

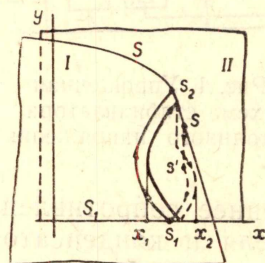


Рис. 2. Фазовая плоскость

Движение изображающей точки на листе I подчинено уравнениям (5). Край листа I (линия  $S$ ) определяется из условия смены открытого состояния транзистора на закрытое, то есть уравнением (1), представленным в относительных единицах как

$$y_1 = \varphi(a, bx). \quad (7)$$

Так как нас интересуют только процессы вблизи установившихся режимов, то уравнение (7) можно аппроксимировать прямой

$$y_1 = a - bx. \quad (8)$$

При достижении края листа I изображающая точка переходит на лист II в соответствии с соотношением (4), которое в относительных единицах имеет вид

$$y_2 = ny_1 \quad (9)$$



На листе II движение изображающей точки подчинено уравнениям (6). Край листа II (линия  $S_1$ ), при достижении которого изображающая точка переходит на лист I, определяется из условия перехода транзистора в открытое состояние

$$i_2 = 0$$

или в относительных единицах

$$y_2 = 0.$$

Определение параметров устойчивых автоколебаний в стабилизаторе сводится к отысканию устойчивого предельного цикла на фазовой плоскости (рис. 2).

Точечное преобразование. Для определения предельного цикла построим точечное преобразование  $\Pi$  прямой  $S$  самой в себя. Это преобразование можно представить в виде произведения двух преобразований: преобразования  $\Pi_1$  прямой  $S$  в прямую  $S_1$ , осуществляемого по траекториям на листе II, и преобразования  $\Pi_2$  прямой  $S_1$  в прямую  $S$ , которое осуществляется по траекториям листа I.

Преобразование  $\Pi_1$  состоит из «быстрой» и «медленной» частей. «Быстрая» часть преобразования вызвана скачкообразным изменением тока дросселя в момент времени, когда транзистор закрывается, согласно выражению (9)

$$s' = ns.$$

«Медленная» часть преобразования может быть получена, если в решение системы уравнений (6)

$$x = e^{-\xi_2 \theta} \left( x_0 \cos \omega_2 \theta - \frac{2\xi_2 y_{20} - \xi_2 x_0}{\omega_2} \sin \omega_2 \theta \right),$$

$$y_2 = e^{-\xi_2 \theta} \left( y_{20} \cos \omega_2 \theta - \frac{2\xi_2^2 y_{20} - x_0}{2\xi_2 \omega_2} \sin \omega_2 \theta \right),$$

где

$$\omega_2 = +\sqrt{1 - \xi_2^2},$$

подставить координаты точки  $s' (x_0, s')$ , из которой начинает движение изображающая точка, и координаты точки  $s_1 (y_2 = 0, x = s_1)$ , в которую приходит изображающая точка через время  $\theta = \theta_1/\omega_2$ . Разрешив полученные при этом равенства относительно  $s$  и  $s_1$ , получим функцию соответствия  $s_1 = f(s)$  преобразования  $\Pi_1$ , записанную в параметрической форме

$$s = \frac{a}{b} \frac{\frac{1}{2\xi_2 n \omega_2} \sin \theta_1}{\cos \theta_1 + \frac{2\xi_2^2 b n + 1}{2\xi_2 b n \omega_2} \sin \theta_1}; \quad (10)$$

$$s_1 = \frac{a}{b} \frac{e^{-\frac{\xi_2}{\omega_2} \theta_1}}{\cos \theta_1 + \frac{2\xi_2^2 b n + 1}{2\xi_2 b n \omega_2} \sin \theta_1},$$

где  $\theta_1$  — параметр преобразования.

Преобразование  $\Pi_2$  состоит только из «медленной» части. Если предположить, что изображающая точка в момент времени  $\tau = 0$  начинает движение из точки  $s_1 (y_{10} = 0, x = s_1)$ , а через время  $\tau = \tau_1/\omega_1$



приходит в точку  $s_2$  ( $y_1 = s_2$ ,  $x = \frac{a-s_2}{b}$ ), подставить координаты точек  $s_1$  и  $s_2$  в решение уравнений. (5)

$$x = e^{-\xi_1 \tau} \left[ (x_0 - 1) \cos \omega_1 \tau + \frac{2\xi_1 y_{10} - (x_0 + 1) \xi_1}{\omega_1} \sin \omega_1 \tau \right] + 1,$$

$$y_1 = e^{-\xi_1 \tau} \left[ (y_{10} - 1) \cos \omega_1 \tau + \frac{2\xi_1^2 (y_{10} - 1) - x_0 + 1}{2\xi_1 \omega_1} \sin \omega_1 \tau \right] + 1,$$

где

$$\omega_1 = +\sqrt{1 - \xi_1^2},$$

а затем разрешить полученные при этом равенства относительно  $s_1$  и  $s_2$ , то получим функцию соответствия  $s_2 = \varphi(s_1)$  преобразования  $\Pi_2$ , записанную в параметрической форме:

$$s_2 = 1 + \frac{\frac{b-a+1}{2\xi_1 b \omega_1} \sin \tau_1 - e^{-\frac{\xi_1}{\omega_1} \tau_1}}{\cos \tau_1 - \frac{2\xi_1^2 b + 1}{2\xi_1 b \omega_1} \sin \tau_1}; \quad (11)$$

$$s_1 = \frac{\frac{b+1}{b} \cos \tau_1 + \frac{2\xi_1^2 (b+1) - 1}{2\xi_1 b \omega_1} \sin \tau_1 - \frac{b-a+1}{b} e^{\frac{\xi_1}{\omega_1} \tau_1}}{\cos \tau_1 - \frac{2\xi_1^2 b + 1}{2\xi_1 b \omega_1} \sin \tau_1}.$$

Чтобы определить устойчивый предельный цикл, нужно найти соответствующую ему устойчивую неподвижную точку точечного преобразования  $\Pi$ , то есть решить систему трансцендентных уравнений

$$\begin{aligned} s_2(\tau_1) &= s(\Theta_1), \\ s_1(\tau_1) &= s_1(\Theta_1). \end{aligned} \quad (12)$$

Решение системы (12) находим графически. Две точки пересечения кривых  $s = f(s_1)$ ,  $s_2 = \varphi(s_1)$  на диаграмме Ламерея (рис. 3), есть неподвижные точки точечного преобразования  $\Pi$ . Точка с координатами  $(s_1 = \frac{a}{b}, s = 0)$  соответствует не-

устойчивому предельному циклу, так как все последовательности,

взятые в ее окрестности, расходятся, а точка с координатами  $(s_1 = \bar{s}_1, s = \bar{s})$  определяет параметры устойчивого предельного цикла.

Параметры автоколебаний. Частоту автоколебаний можно определить по формуле

$$F = \left( \frac{\bar{\theta}_1}{\omega_2} + \frac{\bar{\tau}_1}{\omega_1} \right)^{-1},$$

где  $\frac{\bar{\theta}_1}{\omega_2}$  и  $\frac{\bar{\tau}_1}{\omega_1}$  — соответственно время пробега изображающей точки

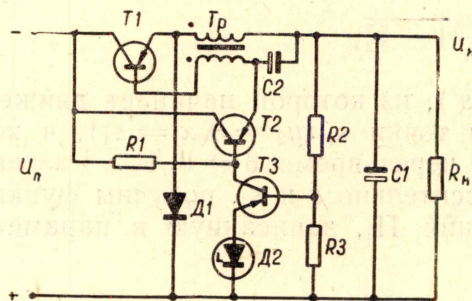


Рис. 3. Принципиальная схема стабилизатора постоянного напряжения



по траектории предельного цикла от прямой  $S$  до прямой  $S_1$  и время обратного пробега. В размерных единицах частота равна

$$f = \left( \sqrt{L_2 C} \frac{\theta_1}{\omega_2} + \sqrt{L_1 C} \frac{\tau_1}{\omega_1} \right)^{-1}. \quad (13)$$

Амплитуду автоколебаний можно определить (рис. 2) по формуле

$$\frac{\Delta U_{\sim}}{2} = \frac{x_2 - x_1}{2} U_{\text{п}}. \quad (14)$$

Пример. Определить частоту и амплитуду автоколебаний в стабилизаторе постоянного напряжения, схема которого приведена на рис. 3.

Исходные данные:  $U_{\text{п}} = 22 \text{ в}$ ;  $U_{\text{н}} = 15 \text{ в}$ ;  $R_1 = 2,2 \text{ ком}$ ;  $R_2 = 385 \text{ ом}$ ;  $R_3 = 615 \text{ ом}$ ;  $C_1 = 400 \text{ мф}$ ;  $L_{\text{др}} = 2,4 \text{ мгн}$ ; опорное напряжение стабилизатора  $U_{\text{оп}} = 9,1 \text{ в}$ ; коэффициент передачи трансформатора  $\kappa = 1,5$ ; коэффициент усиления транзисторов Т1, Т2 и Т3 соответственно  $\beta_1 = 22$ ,  $\beta_2 = 29$ ,  $\beta_3 = 18$ .

1. Определяем аналитические выражения для коэффициентов  $a$  и  $b$ . Входные характеристики транзисторов Т2 и Т3 аппроксимируем ломаной

$$I_{\text{б}i} = \frac{1}{r_{\text{б}i}} (U_{\text{эб}i} - U_{\text{оп}}) \quad (i = 2, 3), \quad (15)$$

где  $r_{\text{б}i}$  — динамическое сопротивление транзисторов Т2 и Т3 в рабочей точке.

Учитывая уравнение (15), определяем выражение для тока базы  $I_{\text{б}2}$  транзистора Т2

$$I_{\text{б}2} = \frac{\kappa (U_{\text{п}} - U_{\text{н}}) - U_{01}}{R_1 + r_{\text{б}3}} - \frac{R_1}{R_1 + r_{\text{б}2}} \frac{\beta_3}{r_{\text{б}3}} \left[ \left( \frac{R_3}{R_2 + R_3} U_{\text{н}} - U_{\text{оп}} \right) - U_{03} \right] \quad (16)$$

и, подставив полученное выражение в уравнение

$$I_{\text{к макс}} = \beta_1 (1 + \beta_2) I_{\text{б}2},$$

получим в относительных единицах

$$a = \frac{\beta_1 (1 + \beta_2)}{R_1 + r_{\text{б}2}} \left[ \kappa + \frac{R_1 \beta_3}{r_{\text{б}3}} \cdot \frac{U_{\text{оп}} + U_{03}}{U_{\text{п}}} - \frac{U_{02}}{U_{\text{п}}} \right] R_{\text{н}},$$

$$b = \frac{\beta_1 (1 + \beta_2)}{R_1 + r_{\text{б}2}} \left[ \kappa + \frac{R_1 R_3 \beta_3}{r_{\text{б}3} (R_2 + R_3)} \right] R_{\text{н}}. \quad (17)$$

При сопротивлении нагрузки  $R_{\text{н}} = 30 \text{ ом}$

$$a = 380; \quad b = 555,1.$$

2. Построив функции последования  $S = f(S_1)$  и  $S_2 = \varphi(S_1)$  [по формулам (10) и (11) на диаграмме Ламерея (рис. 4), находим, что точка с координатами  $\bar{S} = 1,5$ ,  $\bar{S}_1 = 0,679$  является неподвижной точкой точечного преобразования П. Здесь

$$\frac{\theta_1}{\omega_2} = \frac{0,22}{0,998}; \quad \frac{\tau_1}{\omega_1} = \frac{0,45}{0,993}.$$

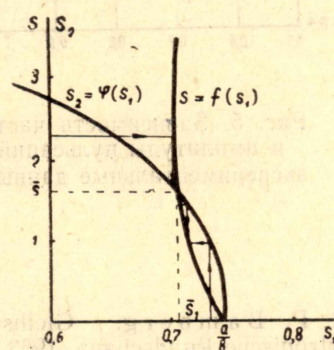


Рис. 4. Диаграмма Ламерея



3. Частоту автоколебаний в стабилизаторе находим по формуле (13)

$$f = \frac{1}{\sqrt{2,4 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6}}} \cdot \frac{0,998}{0,22 + 0,45} = 1500 \text{ гц.}$$

4. Амплитуду автоколебаний определяем по формуле [4]:

$$\Delta U_{\sim} = \frac{U_n \cdot T \cdot t_{\text{выкл}}}{8LC} =$$

$$= \frac{15 \cdot 0,67 \cdot 0,22}{8 \cdot 2,4 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6}} = 0,21 \text{ В.}$$

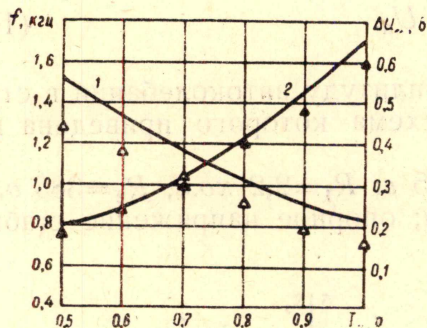


Рис. 5. Зависимость частоты и амплитуды пульсаций, экспериментальные данные

Далее расчет повторяется для различных значений сопротивления нагрузки. По полученным результатам расчета построены зависимости  $f = \varphi(I_n)$  и  $\Delta U_{\sim} = \psi(I_n)$  (соответственно кривые 1 и 2 на рис. 5). Здесь же приводятся данные эксперимента. Совпадение расчетных данных с экспериментальными можно считать удовлетворительным.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. P. Bamberg. Gleichspannungswandler mit geregelter Ausgangsspannung. «Elektronische Rundschau», 1963, N 6.
2. J. S. Reese. Power supply uses PDM-FM for regulation. «Electron. Engr.», 1967, № 2.
3. Ф. И. Александров, А. Р. Сиваков. Импульсные полупроводниковые преобразователи и стабилизаторы постоянного напряжения. Л., «Энергия», 1970.
4. А. Г. Виленкин. Импульсные транзисторные стабилизаторы напряжения. М., «Энергия», 1970.